

УДК 630\*658.5

DOI: 10.15393/j2.art.2018.4061

Статья

## Математическая модель и численные методы решения задачи синтеза расписаний работы комплексов лесозаготовительных машин

Антон И. Шабаев<sup>1</sup>, Антон П. Соколов<sup>1\*</sup>, Александр Р. Урбан<sup>1</sup> и Дмитрий С. Пятин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Петрозаводский государственный университет, 185910, Россия, г. Петрозаводск, пр. Ленина, д. 33; E-Mails: ashabaev@petrsu.ru (А. Ш.); a\_sokolov@petrsu.ru (А. С.); alexurban@gmail.com (А. У.); dmpyatyn@gmail.com (Д. П.)

\* Автор, с которым следует вести переписку; E-Mail: a\_sokolov@petrsu.ru (А. С.); Tel.: +7(921)5205559

Получена: 11 марта 2018 / Принята: 19 марта 2018 / Опубликовано: 6 апреля 2018

---

**Аннотация:** В статье приведена постановка задачи синтеза расписаний работы комплексов лесозаготовительных машин, включающая распределение комплексов по делянкам, запланированным к освоению в расчётном периоде, с учётом графиков поставок каждого конкретного вида продукции конечным потребителям, а также с учётом различных технических и технологических ограничений. Разработана математическая модель описываемой задачи и предложен численный метод решения, основанный на применении метаэвристического метода имитации отжига и «жадных» алгоритмов. Проведено сравнение нескольких вариантов алгоритма решения поставленной задачи, в результате которого лучшим признан метод с применением территориальной кластеризации делянок. Результаты апробации алгоритма на реальных данных подтверждают возможность снижения затрат на перебазирование комплексов лесозаготовительных машин с выполнением всех необходимых технологических ограничений. Научные результаты, представленные в статье, использованы при разработке программной системы планирования и управления лесозаготовительным предприятием «Opti-Wood» компании Opti-Soft.

**Ключевые слова:** лесозаготовки, оптимизация, теория расписаний, обобщение задачи коммивояжёра, алгоритм имитации отжига.

---

DOI: 10.15393/j2.art.2018.4061

*Article*

## **Mathematical model and numerical methods of the wood harvesting machines scheduling**

**Anton Shabaev<sup>1</sup>, Anton Sokolov<sup>1,\*</sup>, Alexander Urban<sup>1</sup> and Dmitry Pyatin<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Petrozavodsk State University, 185910, Lenin av. 33, Petrozavodsk, Russia; E-Mails: ashabaev@petsu.ru (A. Sh.); a\_sokolov@petsu.ru (A. S.); alexrurban@gmail.com (A. U.); dmpyatin@gmail.com (D. P.)

\* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: a\_sokolov@petsu.ru (A. S.); Tel.: +7(921)5205559

*Received: 11 March 2018 / Accepted: 19 March 2018 / Published: 6 April 2018*

---

**Abstract:** The article contains formulation of the task of wood harvesting machines scheduling, including distribution of machines over the sites, scheduled for harvesting during the planning period, taking into account delivery schedules for each type of products, as well as various technical and technological constraints. A mathematical model of the problem is developed and a numerical solution method is proposed. The method is based on application of the meta-heuristic algorithm of simulated annealing and "greedy" algorithms. Comparison of several variants of the algorithm for solving this problem was made. The method applying spatial clustering of harvesting sites has been recognized as the most effective one. Approbation of the algorithm using real data has confirmed the possibility of reducing the costs of forest machines relocation while meeting all technological requirements. The scientific results presented in the article were used in the software system Opti-Wood for wood harvesting planning and management, developed by Opti-Soft company.

**Keywords:** wood harvesting; optimization; job shop scheduling; multiple traveling salesman problem; algorithm of simulated annealing.

---

## 1. Введение

В настоящее время активное использование в лесопромышленном комплексе компьютерных программных средств планирования производства на основе математического моделирования и методов исследования операций, наряду с географическими информационными системами (ГИС) [1], [2], считается наиболее эффективным способом экономии древесины, увеличения выработки качественной продукции, повышения сбалансированности технологических процессов и загрузки оборудования. Все это позволяет минимизировать затраты на заготовку древесины, оптимизировать очерёдность освоения лесного фонда лесозаготовительной техникой, что ведёт к снижению себестоимости продукции и достижению других целей без существенных капитальных затрат [3], [4].

В данной статье представлено описание решения задачи синтеза планов работы комплексов лесозаготовительных машин с учётом большого числа технологических ограничений. Построена математическая модель задачи. Проведено исследование, на основании которого исходная задача сведена к обобщённой задаче коммивояжёра, и предложен метод решения с использованием метаэвристического алгоритма имитации отжига.

## 2. Постановка задачи

Планирование лесозаготовок, как правило, выполняется на длительные периоды, измеряемые месяцами, кварталами и даже годами. Предлагаемый в данной статье подход оперирует горизонтами планирования около года, т. к. планирование на 1 год является сейчас наиболее применимым в производственной практике лесозаготовительных предприятий.

Планирование лесозаготовок включает несколько подзадач. Сюда следует отнести выбор делянок для освоения в плановом периоде, распределение комплексов лесозаготовительных машин по выбранным делянкам и определение последовательности освоения делянок и времени заготовки на каждой из них.

В данной статье рассматриваются только задачи распределения комплексов лесозаготовительных машин по делянкам и определения последовательности и времени заготовки, при условии, что уже известны исходный список делянок для освоения в расчётном периоде и распределение объёмов всех видов производимой на каждой делянке продукции по конкретным заказам потребителей. Исследуемая задача относится к классу «job-shop» теории расписаний [5].

Рассмотрим основные характеристики исследуемых в задаче объектов: заказов на поставку древесины; делянок, выбранных для освоения; комплексов лесозаготовительных машин; тарифов на лесосечные работы; дорожной сети.

1. Заказ на поставку древесины характеризуется следующими параметрами:

- номенклатура поставляемой продукции (порода, назначение, размерные параметры, сорт и т. д.);

- период поставки.

## 2. Характеристики делянки:

- потенциальные объёмы производства каждой номенклатуры производимой продукции на делянке с распределением их по заказам;
- местоположение определяется точкой на карте дорожной сети (широта, долгота);
- вид рубки [сплошная, проходная, ухода, инфраструктурная (дорожная просека)] — если имеет место инфраструктурная рубка, это оказывает влияние на сроки выполнения работ, т. к. просека должна быть прорублена до начала работ на делянках, к которым она ведёт, с учётом времени, необходимого на последующее дорожное строительство;
- допустимые периоды работ на делянке (как правило, имеются сезонные ограничения);
- дата самого раннего возможного начала рубки на делянке по условию примыкания лесосек;
- срок от прорубки просеки (для инфраструктурных делянок) — определяет число дней от даты окончания прорубки просеки, через которое можно начинать рубку на делянках, к которым ведёт новая дорога, т. е., по сути, — это время, необходимое для строительства дороги к делянкам;
- коэффициент для корректировки производительности комплексов лесозаготовительных машин, учитывающий индивидуальные условия на каждой делянке (средний объём хлыста и расстояние трелёвки).

## 3. Перечислим характеристики комплекса лесозаготовительных машин:

- рейтинг — численный параметр, определяющий приоритет использования данного комплекса (на основе предыдущего опыта работы данного комплекса с учётом производительности, качества выполнения работ, допущенных лесонарушений, режимов работы, возможности выполнять несколько видов рубок и т. п.);
- список видов рубок, которые может выполнять данный комплекс, а также, при необходимости, его ограничения на максимальный объём заготовки по каждому виду рубок;
- достигнутая часовая средняя производительность (куб. м/ч.);
- количество рабочих часов в день и рабочих дней в неделю;
- дата начала работ;
- среднее время перебазирования с одной делянки на другую;
- место базирования комплекса (гараж);
- список делянок, обязательных для освоения данным комплексом (если заранее известно, что комплекс должен освоить конкретные делянки).

4. Тарифы на лесосечные работы — определяют затраты, связанные с выполнением заготовки на делянке, и характеризуются: средним объёмом хлыста; видом рубки; базовым и добавочным значениями тарифа  $P_{base}$  и  $P_{add}$  (руб./куб. м) для базового и дополнительного расстояний трелёвки  $L_{base}$  и  $L_{add}$  (м) соответственно.

На основании указанных параметров для делянки с объёмом заготовки  $V$  (куб. м), средним объёмом хлыста  $V_{tree}$  (куб. м) и средним расстоянием трелёвки  $L$  (м) общие затраты на заготовку определяются как

$$P = \left( P_{base} + \frac{(L - L_{base})}{L_{add}} \cdot P_{add} \right) \cdot V,$$

где  $P_{base}$  задаётся для каждого типа рубки и диапазона средних объёмов хлыста  $[V_{tree}^{min}, V_{tree}^{max}]$ .

5. Дорожная сеть задаётся графом  $G = \langle V, E \rangle$ , где  $E$  — множество участков дорог,  $V$  — множество точек на карте. Каждый участок дороги характеризуется максимальной скоростью движения, периодами закрытия (например, зимние дороги), датой ввода в эксплуатацию (для строящихся дорог), показателем проходимости (обычная или только для комплексов с повышенной проходимостью). К точкам карты могут быть привязаны различные объекты: гаражи, делянки, верхние склады, склады заказчиков и т. д. Таким образом, на графе вычисляются минимальные время или расстояние перемещения между точками карты (вершинами графа) в некоторый промежуток времени (задача кратчайшего пути на графе [6]).

Задача состоит в определении такого минимального числа комплексов лесозаготовительных машин, распределения делянок по комплексам и последовательности освоения делянок каждым комплексом, при реализации которых обеспечивается:

1. Выбор группы наиболее высокорейтинговых комплексов машин, минимальной по количеству и достаточной для полного освоения делянок.
2. Минимизация общих затрат, включающих:
  - затраты на перебазирование комплексов лесозаготовительных машин, определяемые общим расстоянием перемещения между делянками;
  - затраты на освоение делянок согласно тарифам на лесозаготовительные работы;
  - дополнительные транспортные затраты (на перемещение персонала, перевозку топлива, запчастей и т. п.), определяемые расстоянием от текущей обрабатываемой делянки до гаража и обратно.
3. Выполнение следующих ограничений:
  - все заданные делянки должны быть освоены;

- к делянке может быть привязан только один комплекс машин;
- вид рубки, выполняемой на делянке, должен входить в список видов рубок, выполняемых привязываемым к ней комплексом машин;
- обязательные для комплекса делянки (при наличии) должны быть включены в его план работы;
- делянки заготавливаются последовательно: время начала заготовки новой делянки должно быть не раньше даты окончания предыдущей с учётом перебазирования;
- максимально допустимый объём заготовок по каждому виду рубки для комплексов машин не должен быть превышен;
- рубка на делянке проходит только в периоды доступности делянки и не ранее даты возможного начала рубки по условию примыкания;
- дата начала освоения делянки не может быть раньше даты окончания прорубки соответствующей дорожной просеки плюс срок, необходимый для строительства дороги;
- требуемый объём продукции по каждому заказу должен быть заготовлен до окончания допустимого периода поставки заказа.

### 3. Математическая модель

Для построения математической модели введём следующие обозначения.

Введем индексные множества:

$D$  — исходное множество всех делянок,  $d \in D$ ;

$G \subset D$  — множество делянок-просек;

$A(g) \subset D$  — множество делянок, примыкающих к просеке  $g$ ,  $g \in G$ ;

$H$  — множество комплексов лесозаготовительных машин,  $h \in H$ ;

$F$  — множество видов рубок,  $f \in F$ ;

$S$  — множество заказов на поставку древесины,  $s \in S$ ;

$F_h \subset F$  — множество видов рубки, доступных для комплекса машин  $h$ ,  $h \in H$ ;

$D_f \subset D$  — множество делянок, соответствующих типу рубки  $f$ ,  $f \in F$ ;

$D_h \subset D$  — множество делянок, обязательных для комплекса  $h$ ,  $h \in H$ ;

$T = [t^1, t^2]$  — дискретный период планирования по датам, где  $t^1$  — дата начала планирования,  $t^2$  — дата окончания планирования.

Обозначим параметры лесозаготовительных машин:

$r_h$  — рейтинг комплекса машин  $h$ ,  $h \in H$ ;

$p_h$  — средняя производительность комплекса машин  $h$  (куб. м/ч.),  $h \in H$ ;

$t_h^H$  — среднее время перебазирования с делянки на делянку для комплекса машин  $h$ ,  $h \in H$

(в сутках). Время перебазирования не зависит от расстояния между делянками;

$t_h^S$  — дата начала работы комплекса машин  $h$ ,  $h \in H$  в рамках периода планирования, при условии, что машина работает на текущей делянке. Если текущая делянка не указана, то дата начала работы совпадает с датой начала периода планирования;

$V_{h,f}$  — максимальный допустимый объём рубки комплексом машин  $h$ ,  $h \in H$  для вида рубки  $f$ ,  $f \in F$ ;

$c_h$  — штраф за пересменку для комплекса машин  $h$ ,  $h \in H$ .

Введём параметры делянки:

$v_d$  — общий объём древесины на делянке  $d$ ,  $d \in D$ ;

$f_d$  — вид рубки для делянки  $d$ ,  $d \in D$ ,  $f_d \in F$ ;

$t_d^D$  — наиболее ранняя дата начала рубки по условию примыкания делянки  $d$ ,  $d \in D$ ;

$t_g^G$  — срок от прорубки просеки  $g$ ,  $g \in G$  (в сутках). Заготовка на примыкании не может начаться раньше даты окончания вырубки просеки по расписанию плюс срок от прорубки просеки;

$I_d$  — периоды закрытия работы на делянке  $d$ ,  $d \in D$ ;

$k_d$  — коэффициент для корректировки производительности комплекса лесозаготовительных машин на делянке  $d$ ,  $d \in D$ ;

$c_d$  — затраты на освоение делянки  $d$ ,  $d \in D$  согласно тарифам (руб./куб. м).

Заказы продукции лесозаготовок описываются параметром:

$T_s = [t_s^1, t_s^2]$  — период поставки продукции заказчику для заказа  $s$ ,  $s \in S$ .

Рассчитываемые параметры и функции:

$t_{h,d}$  — длительность (в сутках) полного освоения делянки  $d$ ,  $d \in D$  с учётом графика работы комплекса лесозаготовительных машин  $h$ ,  $h \in H$  и учётом коэффициента корректировки производительности,

$$t_{h,d} = \frac{v_d}{p_h \cdot k_d};$$

$t_{d,q}(t_1, t_2)$  — минимальное время, затрачиваемое на перемещение от делянки  $d$  до делянки  $q$  в период  $[t_1, t_2]$  с учётом ограничений дорожной сети,  $d, q \in D$ ;

$t_{h,d}(t_1, t_2)$  — минимальное время, затрачиваемое на перемещение от гаража комплекса лесозаготовительных машин  $h$ ,  $h \in H$  до делянки  $d$ ,  $d \in D$  в период  $[t_1, t_2]$  с учётом периодов закрытия дорог;

$v_{d,s}$  — объём продукции, который должен быть доставлен с делянки  $d$ ,  $d \in D$  заказчику в соответствии с заказом  $s$ ,  $s \in S$ ;

$t_{h,d,s}(t)$  — рассчитываемая дата окончания производства продукции по заказу  $s$ ,  $s \in S$  для обеспечения объёма  $v_{d,s}$  на делянке  $d$ ,  $d \in D$  при условии начала освоения делянки в момент  $t$  с учётом заданного количества рабочих дней в неделю и рабочих часов в день комплекса машин  $h$ ,  $h \in H$ .

Введём неизвестные факторы задачи:

$U \subset H$  — множество используемых комплексов лесозаготовительных машин;

$n_h$  — количество делянок, связанных с комплексом лесозаготовительных машин  $h \in U$ ;

$S_h$  — упорядоченное множество троек вида:

$$S_h = \{s_{h,i}\} = \{(d_{h,i}, t_{h,i}^1, t_{h,i}^2), \dots, (d_{h,n_h}, t_{h,n_h}^1, t_{h,n_h}^2)\}, i \in [1..n_h], h \in U, \quad (1)$$

где  $d_{h,i} \in D$ ;  $t_{h,i}^1$  — дата начала работы комплекса машин  $h$  на делянке  $d_{h,i}$ ;  $t_{h,i}^2$  — дата окончания работы комплекса машин  $h$  на делянке  $d_{h,i}$ .

Порядок элементов в множестве  $S_h$  определяется последовательностью заготовки делянок комплексом лесозаготовительных машин  $h$ , а само множество  $S_h$  определяет расписание лесозаготовки для комплекса  $h$ ,  $h \in U$ .

Оптимизационная модель задачи определяется выражениями (2)—(14):

$$|U| \rightarrow \min \quad (2)$$

— минимизация количества используемых комплексов лесозаготовительных машин.

При решении оптимизационной задачи требуется выбрать  $U$  таким образом, чтобы весь допустимый к вырубке объём древесины назначался, в первую очередь, машинам с более высоким рейтингом.

Упорядочим комплексы по возрастанию рейтинга и введём вспомогательное отображение:

$$R : r_i \rightarrow 2^i.$$

Данное отображение позволяет определить представленную далее целевую функцию поиска наиболее высокорейтингового набора машин:

$$\sum_{i \in U} R(r_i) \rightarrow \max, \quad (3)$$

где для отображения выполняется свойство:

$$\sum_{i < j} R(r_i) < R(r_j), i, j \in U$$

— учёт наиболее высокорейтинговых комплексов машин.

$$\sum_{i \in U} \sum_{i < n_h} t_{d_{h,i}, d_{h,i+1}}(t_{h,i}^2, t_{h,i+1}^1) + \sum_{i \in U} \sum_{i < n_h} c_h t_{h, d_{h,i}}(t_{h,i}^1, t_{h,i}^2) + \sum_{i \in U} \sum_{i < n_h} c_{d_{h,i}} v_{d_{h,i}} \rightarrow \min \quad (4)$$

— минимизация общих затрат на перебазирование с делянки на делянку комплексов машин, дополнительных транспортных затрат и затрат на выполнение заготовки согласно тарифам. Для учёта указанных критериев оптимизации используется схема «приоритетных критериев» [7].

Определим  $X_h = \{d_{h,i}\}$ ,  $i \in [1..n_h]$  как множество делянок из расписания  $S_h$  комплекса машин  $h$ ,  $h \in U$ , тогда можно записать ограничения задачи в следующем виде:

$$\bigcup_{h \in U} X_h = D \quad (5)$$

— все имеющиеся делянки должны быть освоены в расчётном периоде.

$$\bigcap_{h \in U} X_h = \emptyset \quad (6)$$

— ограничение на привязку к каждой делянке только одного комплекса лесозаготовительных машин.

$$f_d \in F_h, d = d_{h,i}, i \in [1..n_h], h \in U \quad (7)$$

— ограничение на совпадение видов рубок, выполняемых комплексом лесозаготовительных машин и вида рубки на делянке.

$$\sum_{d \in X_h \cap D_f} v_d \leq V_{h,f}, \forall f \in F_h, \forall h \in U \quad (8)$$

— ограничение на максимально допустимые объёмы по каждому виду рубок для комплексов лесозаготовительных машин.

$$D_h \subset X_h, \forall h \in U \quad (9)$$

— ограничение на освоение комплексом машин обязательных для него делянок.

$$\begin{aligned} t_{h,1}^1 &= \max\{t_h^S + t_h^H, t_d^D\} \\ t_{h,i}^1 &= \max\{t_{h,i-1}^2 + t_h^H, t_d^D\} \\ d &= d_{h,i}, i \in [1..n_h], h \in U \end{aligned} \quad (10)$$

— ограничение на дату начала работы на обычной делянке.

$$\begin{aligned}
 t_{h,1}^1 &= \max\{t_h^S + t_h^H, t_d^D, t_{q,j}^2 + t_g^G\} \\
 t_{h,i}^1 &= \max\{t_{h,i-1}^2 + t_h^H, t_d^D, t_{q,j}^2 + t_g^G\} \\
 d &= A(g), g = d_{q,j}, d = d_{h,i}, \\
 i &\in [1..n_h], j \in [1..n_q], q, h \in U
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

— ограничение на дату начала работы на делянке, примыкающей к просеке.

$$t_{h,i}^2 = t_{h,i}^1 + t_{h,d}, d = d_{h,i}, i \in [1..n_h], h \in U \tag{12}$$

— ограничение на дату окончания работы на делянке.

$$[t_{h,i}^1, t_{h,i}^2] \cap I_d = \emptyset, d = d_{h,i}, i \in [1..n_h], h \in U \tag{13}$$

— ограничение на запрет заготовки в периоды закрытия работ на делянках.

$$t_{h,d,s}(t_{h,d}^1) \leq t_s^2, d = d_{h,i}, i \in [1..n_h], d_{h,i} \in D, s \in S, h \in U \tag{14}$$

— ограничение на периоды поставки по заказам.

#### 4. Анализ полученной задачи оптимизации

Математическая модель (2)—(14) представляет собой вариант обобщения задачи коммивояжёра (*Multiple Traveling Salesman Problem (mTSP)*), в котором находится вершиннонепересекающийся набор гамильтоновых путей, значительно осложнённый следующим набором дополнительных факторов:

1. Многокритериальной целевой функцией, предписывающей максимально полное использование наименьшего возможного количества наиболее рейтинговых комплексов лесозаготовительных машин (коммивояжёров); минимизацию затрат на перебазирование комплексов, дополнительных транспортных затрат и затрат на выполнение лесозаготовительных работ на делянках.
2. Большим количеством ограничений.
3. Входными данными большой размерности.

В условиях реального производственного процесса количество делянок может достигать 1000, количество комплексов лесозаготовительных машин — 20. Таким образом, общее число вариантов распределения делянок по комплексам составляет  $20^{1000}$ , что делает невозможным решение путём простого перебора.

Данное обобщение задачи коммивояжёра сводится к хорошо известной обычной задаче коммивояжёра и, соответственно, относится к классу NP-трудных, поэтому не существует точных эффективных полиномиальных алгоритмов решения (в плане вычислительной сложности).

Одним из наиболее распространённых способов решения mTSP являются эвристические и метаэвристические методы, среди которых хорошо зарекомендовавшие себя на практике (с точки зрения соотношения быстродействия и результата) алгоритм имитации отжига (Simulated annealing) и генетический алгоритм (GA) [8], [9], [10].

## 5. Метод решения

Исследуя возможности применения данных метаэвристических методов, авторы обнаружили, что на практике в условиях рассматриваемой задачи генетический алгоритм работает несколько хуже алгоритма имитации отжига. Это происходит оттого, что структура гена не позволяет достаточно хорошо реализовать операцию скрещивания — основу успешного изменения состояния в генетическом алгоритме. Поэтому для численного решения задачи был выбран алгоритм имитации отжига.

Алгоритм был впервые представлен в статье [11] и в настоящее время используется для решения широкого спектра практических задач из различных областей [12], [13]. В общем виде алгоритм имитации отжига характеризуется начальным состоянием, операцией получения нового состояния, функцией перехода между состояниями и функцией изменения параметра «температуры», влияющего на область поиска решения [14].

Рассмотрены и протестированы 3 алгоритма решения задачи на основе имитации отжига:

*Алгоритм 1.* Перебор по префиксу отсортированного списка комплексов машин. Для каждого префикса запускается алгоритм имитации отжига и выбирается минимальный допустимый префикс. Затем происходит поиск вариантов возможного удаления части наименее рейтинговых комплексов с сохранением достигнутого результата. В начале алгоритма отжига все делянки распределяются по комплексам лесозаготовительных машин случайным образом.

*Алгоритм 2.* Рейтинг учитывается как ещё один критерий функции оценки расписания в алгоритме отжига. На этапе получения начального состояния алгоритма отжига все делянки распределяются по комплексам машин случайным образом.

*Алгоритм 3.* Сортировка комплексов по рейтингу с последующим жадным набором приоритетных делянок, территориально распределённых по кластерам на этапе генерации начального состояния алгоритма отжига. Это позволяет избежать проблемы частых «скачков» комплексов между далеко расположенными друг от друга делянками.

На основании результатов наиболее предпочтительным оказался *Алгоритм 3*, описание которого представлено далее. Данный алгоритм предложен авторами для решения рассмат-

риваемой задачи. Процесс построения расписания в предлагаемом алгоритме разделён на два этапа — получение состояния и генерацию расписания по состоянию. На первом этапе учитываются ограничения (5)—(9), связанные со структурой решения. А на втором этапе учитываются все ограничения, связанные со временем (10)—(14).

### Алгоритм

Шаг 1. Сортировка комплексов по рейтингу.

Шаг 2. Генерация начального состояния  $S^*$ .

Для исследуемой задачи состоянием  $S$  будет являться набор комплексов машин  $U_s \subset U$  с наборами векторов делянок  $X^s \subset X$ . Пусть  $m = |X^s|$ ,  $i \in X^s$ , тогда с учётом предыдущих обозначений

$$S(X^s) = \begin{cases} X_1 = (d_{1,1}, \dots, d_{1,n_1}) \\ \dots \\ X_i = (d_{i,1}, \dots, d_{i,n_i}) \\ \dots \\ X_m = (d_{m,1}, \dots, d_{m,n_m}) \end{cases} . \quad (15)$$

Делянки распределяются по территориальным кластерам с учётом стоимости перебазирования комплексов и заготовки по тарифам «жадным» алгоритмом.

Шаг 3. Построение расписания по состоянию  $S^*$  и вычисление его оценки  $E^*$ , которая представляет собой текущее значение целевой функции.

Шаг 4. Цикл поиска в пространстве состояний пока  $T_i > T_{min}$  (не достигнута минимальная «температура»):

Шаг 4.1. Получение нового состояния  $S'$  с помощью операций:

- перестановки интервалов  $[l_1, r_1]$  и  $[l_2, r_2]$  в векторах делянок  $X_1$  и  $X_2$ ,  $l_1 \leq r_1$ ,  $l_2 \leq r_2$ ,  $l_1, r_1 \in [1, \dots, n_1]$ ,  $l_2, r_2 \in [1, \dots, n_2]$ ;
- перестановки делянок с позициями  $j_1$  и  $j_2$  в векторе делянок фиксированного комплекса  $i$ ,  $i \in U_s$ ,  $j_1, j_2 \in [1, \dots, n_i]$ ;
- инверсии порядка делянок в векторе  $X_i$  между позициями  $l$  и  $r$  для комплекса  $i$ ,  $i \in U_s$ ,  $l \leq r$ ,  $l, r \in [1, \dots, n_i]$ .

Шаг 4.2. Построение расписания по  $S'$  и вычисление  $E'$ .

Шаг 4.3. Переход с помощью Больцмановской функции  $\phi(E^*, E', T_i)$  из  $S^*$  в  $S'$  с вероятностью

$$p(E^*, E', T_i) = \exp\left(-\frac{|E^* - E'|}{T_i}\right)$$

Шаг 4.4. Уменьшение параметра «температуры»  $T_i := \frac{T_{\max}}{i}$  и переход к следующей итерации  $i := i + 1$ .

Шаг 5. Получение искомого расписания по итоговому состоянию.

## 6. Результаты

Численное тестирование алгоритмов осуществлялось на нескольких десятках планов лесозаготовки для заданной дорожной сети южной части Республики Карелия (рис.).

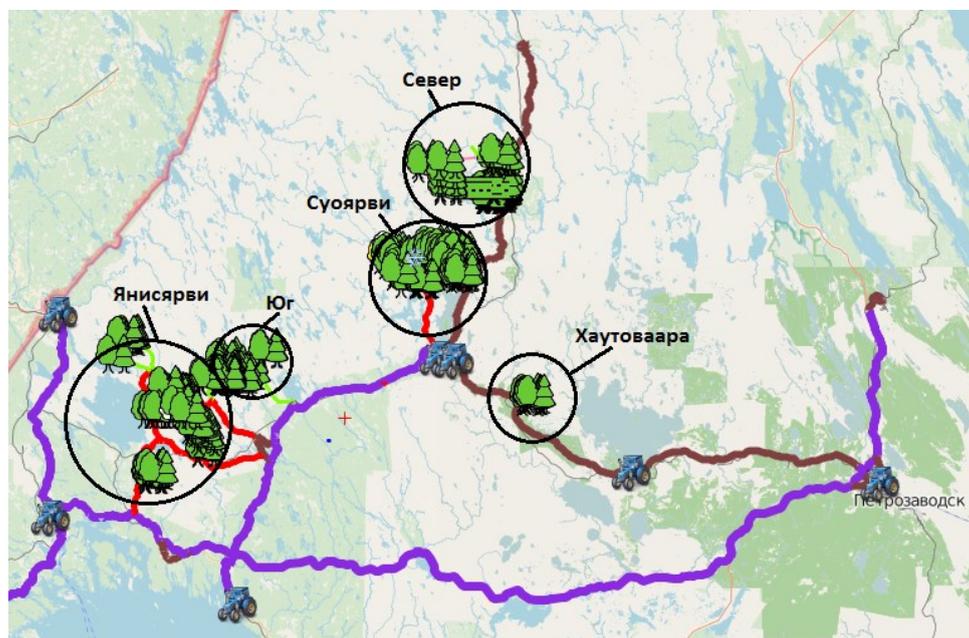


Рисунок. Дорожная сеть и кластеры делянок

Пример результатов для времени перебазирования комплексов представлен в таблице. Согласно результатам, предложенный алгоритм значительно лучше остальных по времени перебазирования комплексов между делянками, что выражается в уменьшении значения целевой функции, согласно данному критерию, на 65%. Улучшение связано с большими объемами кластеров относительно производительности комплекса лесозаготовительных машин за период планирования, поэтому наибольшая часть комплексов перебазируются в рамках одного кластера, а перебазирование между кластерами происходит только в случае полного завершения работ внутри кластера, что встречается крайне редко. Для всех делянок были

найжены допустимые сроки заготовки. Отметим также, что предложенный алгоритм с территориальным начальным распределением комплексов машин более предпочтителен, т. к. учитывает рейтинг уже на этапе начального распределения, поэтому отпадает необходимость в переборе, что существенно ускоряет вычисления.

**Таблица.** Среднее время перебазирования (ч.)

План	Алгоритм 1	Алгоритм 2	Алгоритм 3
План 01.01.2017	59,8	55,8	30,23
План 03.01.2017	83,3	135,55	31,69
План 07.01.2017	204,73	165,17	71,01
План 08.02.2017	216	203,7	76,76
План 10.02.2017	227,2	206,1	70,7
План 30.03.2017	99,7	164,6	39,64
План 15.04.2017	176,91	179,72	65,76
Сумма	1067,64	1110,64	385,79

Недостатком предложенного алгоритма может явиться излишняя ограниченность при обзоре возможных решений задачи, что может осложнить поиск оптимального решения. Это происходит вследствие применения операций изменения состояния только к последовательности делянок одного комплекса лесозаготовительных машин. Одно из направлений дальнейших исследований — изучение возможности построения алгоритма, использующего способы перехода между состояниями путём перестановки делянок между комплексами машин с сохранением достигнутых результатов в части времени перебазирования.

## 7. Выводы

В работе исследована задача построения расписания работы лесозаготовительной техники, дано её описание, построена многокритериальная математическая модель. Показана сводимость исходной задачи к обобщённой задаче коммивояжёра. Разработано несколько алгоритмов решения задачи на основе метаэвристического алгоритма имитации отжига. Проведен сравнительный анализ и показано, что алгоритм с территориальной кластеризацией более предпочтителен и может использоваться как качественное приближение для получения начального состояния, в том числе и для других метаэвристических методов.

Результаты работы апробированы при разработке одного из модулей программной системы планирования и управления лесозаготовительным предприятием «Opti-Wood» компании Opti-Soft.

## Список литературы

1. Соколов, А. П. Система лесозаготовительной логистики для сортиментной технологии с учётом возможности заготовки топливной древесины / А. П. Соколов, Ю. Ю. Герасимов // Вестник МГУЛ — Лесной вестник. — 2013. — № 1 (93). — С. 145—149.
2. Лапцевич, М. Автоматизация в лесной промышленности / М. Лапцевич // Лесная индустрия. — 2014. — № 12 (80). — С. 13—17.
3. Оптимизация логистики лесозаготовок / А. П. Соколов, В. С. Сюнёв, Ю. Ю. Герасимов, Т. Карьялайнен // Resources and Technology. — Петрозаводск : Петрозаводский государственный университет. — 2012. — № 9 (2). — С. 117—128.
4. Соколов, А. П. Методика принятия решений по оптимизации лесозаготовительных планов / А. П. Соколов, Ю. Ю. Герасимов // Научный журнал КубГАУ. — 2011. — № 69 (05). — С. 174—188.
5. Yamada, T. A genetic algorithm with multi-step crossover for job-Shop scheduling problems / T. Yamada, R. Nakano // First IEE/IEEE International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (GALESIA '95). — Sheffield, UK, 1995.
6. Ertl, G. Shortest path calculation in large road networks / G. Ertl // Operations-Research-Spektrum. — 1998. — Vol. 20, Issue 1. — P. 15—20.
7. Воронов, Р. В. Математические модели и методы автоматизированных систем планирования производства бумаги : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Воронов Роман Владимирович. — Петрозаводск, 2004.
8. Лопатин, А. С. Метод отжига / А. С. Лопатин // Стохастическая оптимизация в информатике. — 2005. — Т. 1, № 1-1. — С. 133—149.
9. Kirkpatrick, S. Optimization by Simulated Annealing / S. Kirkpatrick, Jr. C. D. Gelatt, M. P. Vecchi // Science. — 1983. — No 220. — P. 671—680.
10. Yao, X. Call Routing by Simulated Annealing / X. Yao // International Journal of Electronics. — 1995. — Vol. 79, Issue 4. — P. 379—387.
11. Equation of State Calculations by Fast Computer Machines / N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, E. Teller // J. Chemical Physics. — 1953. — Vol. 21. — P. 1087—1092.
12. Ingber, L. Simulated Annealing: Practice versus theory / L. Ingber // Mathematical and Computer Modelling. — 1993. — Vol. 18 (11). — P. 29—57.
13. Ingber, L. Genetic Algorithms and Very Fast Simulated Reannealing: A Comparison / L. Ingber, B. Rosen // Mathematical and Computer Modelling. — 1992. — Vol. 16 (11). — P. 87—100.
14. Optimization of Non-Linear Multiple Traveling Salesman Problem Using K-Means Clustering, Shrink Wrap Algorithm and Meta-Heuristics / R. Nallusamy, K. Duraiswamy, R. Dhanalaksmi, P. Parthiban // International Journal of Nonlinear Science. — 2010. — Vol. 9. — P. 171—177.

## References

1. *Sokolov, A. P.* The system of wood harvesting logistics for cut-to-length taking into account the possibility of fuelwood harvesting / A. P. Sokolov, Yu. Yu. Gerasimov // *Forestry Bulletin*. — 2013. — No 1 (93). — P. 145—149.
2. *Laptsevich, M.* Automation in the forest industry / M. Laptsevich // *Forest industry*. — 2014. — No 12 (80). — P. 13—17.
3. Optimization of wood harvesting logistics / A. P. Sokolov, V. S. Syuneyev, Yu. Yu. Gerasimov, T. Karyalainen // *Resources and Technology*. — Petrozavodsk : Petrozavodskiy gosudarstvennyy universitet. — 2012. — No 9 (2). — P. 117—128.
4. *Sokolov, A. P.* Methodology of decision-making for wood harvesting optimization / A. P. Sokolov, Yu. Yu. Gerasimov // *Scientific Journal of KubSAU*. — 2011. — No 69 (05). — P. 174—188.
5. *Yamada, T.* A genetic algorithm with multi-step crossover for job-Shop scheduling problems / T. Yamada, R. Nakano // *First IEE/IEEE International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (GALESIA '95)*. — Sheffield, UK, 1995.
6. *Ertl, G.* Shortest path calculation in large road networks / G. Ertl // *Operations-Research-Spektrum*. — 1998. — Vol. 20, Issue 1. — P. 15—20.
7. *Voronov, R. V.* 2004. Mathematical models and methods of the automated paper production planning systems: abstract of the PhD thesis: 05.13.18 / Voronov Roman Vladimirovich. — Petrozavodsk, 2004. — 16 p.
8. *Lopatin, A. S.* Simulated annealing method / A. S. Lopatin // *Stochastic optimization in informatics*. — 2005. — T. 1, No 1-1. — P. 133—149.
9. *Kirkpatrick, S.* Optimization by Simulated Annealing / S. Kirkpatrick, Jr. C. D. Gelatt, M. P. Vecchi // *Science*. — 1983. — No 220. — P. 671—680.
10. *Yao, X.* Call Routing by Simulated Annealing / X. Yao // *International Journal of Electronics*. — 1995. — Vol. 79, Issue 4. — P. 379—387.
11. Equation of State Calculations by Fast Computer Machines / N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, E. Teller // *J. Chemical Physics*. — 1953. — Vol. 21. — P. 1087—1092.
12. *Ingber, L.* Simulated Annealing: Practice versus theory / L. Ingber // *Mathematical and Computer Modelling*. — 1993. — Vol. 18 (11). — P. 29—57.
13. *Ingber, L.* Genetic Algorithms and Very Fast Simulated Reannealing: A Comparison / L. Ingber, B. Rosen // *Mathematical and Computer Modelling*. — 1992. — Vol. 16 (11). — P. 87—100.
14. Optimization of Non-Linear Multiple Traveling Salesman Problem Using K-Means Clustering, Shrink Wrap Algorithm and Meta-Heuristics / R. Nallusamy, K. Duraiswamy, R. Dhanalaksmi, P. Parthiban // *International Journal of Nonlinear Science*. — 2010. — Vol. 9. — P. 171—177.